УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЛАБОРАТОРНЫХ ОБРАЗЦАХ

А.А. Беспалько*, Б.А. Люкшин, Н.Ю. Матолыгина, Г.Е. Уцын**, Т.В. Фурса*

*Томский политехнический университет
E-mail: besko48@tpu.ru
Томский университет систем управления и радиоэлектроники
E-mail: borisljuk@mail2000.ru
**Томский государственный университет

Приведены результаты исследований, позволяющие установить влияние структурных особенностей образцов на характер волновых процессов в них. С позиций механики сплошных сред проводится моделирование волновых процессов при действии импульсной нагрузки на часть поверхности образца. Численный анализ показывает связь характеристик неоднородностей с изменением параметров волновых процессов, протекающих в твердотельной среде.

Для проведения неразрушающего контроля композиционных материалов и мониторинга изменений напряженно-деформированного состояния (НДС) массивов горных пород в шахтных условиях разрабатывается метод, использующий эффект механоэлектрических преобразований в диэлектрических материалах [1, 2]. Схематически эти преобразования можно объяснить следующим образом. В композиционных материалах всегда присутствуют структурные неоднородности и границы раздела фаз, составляющих образцы. В материалах естественного происхождения неоднородности связаны с наличием включений из других минералов и пород или дефектов в виде трещин или пустот. При действии изменяющейся нагрузки материал деформируется, при этом границы раздела фаз или разного рода неоднородностей являются зонами, где наиболее резко выражены градиенты перемещений, деформаций и напряжений [3, 4]. Кроме того, на этих границах возникают двойные электрические слои, образование которых обусловлено накоплением и разделением зарядов разного знака. Движение зарядов или изменение дипольных моментов этих слоев в поле акустических колебаний, возникающих при деформировании материала, приводит к появлению электромагнитного откли-

ка. В результате использования внешнего детерминированного акустического воздействия на гетерогенные материалы возможно проведение неразрушающей диагностики структуры материала и изменения НДС массивов горных пород [2].

Возникающие при исследовании этого явления задачи можно разделить на прямые и обратные. В первом случае речь идет о сопоставлении электромагнитного отклика нагружаемого образца или изделия с известной структурой и заданного внешнего силового воздействия. Во втором случае по электромагнитному отклику на заданное силовое воздействие необходимо определить размеры, форму и характер неоднородности в материале образца или изделия – собственно, это и является задачей дефектоскопии. В настоящей работе рассматриваются прямые задачи, которые относительно просты, но их решение является необходимым этапом решения задач второго типа, более сложных и более важных в прикладном отношении.

Целью работы являлось численное моделирование и исследование с использованием аппарата механики сплошных сред процессов распространения упругих волн в неоднородном образце при импульсном воздействии на статически нагруженные лабораторные образцы и закрепленные различным способом.

Результаты такого моделирования будут полезны при анализе параметров электромагнитного отклика статически нагруженных диэлектрических образцов при изменении характеристик импульсной нагрузки, геометрии и свойств включений. Они помогут установить связь параметров электромагнитной эмиссии с изменениями напряженно-деформированного состояния образцов и массивов горных пород.

В лабораторных исследованиях использовались образцы размером 50×50×100 мм^3. Статическое одноосное нагружение осуществлялось вдоль наибольшего размера. Материалом служил цементный камень, который являлся однородным по составу диэлектриком. Неоднородности в лабораторных условиях создавались в виде включений, для которых известны форма, размеры и свойства. Включения, имеющие вид параллелепипеда, создавали из дерева и меди, при этом грани вставки ориентировались параллельно граням образца.

Эксперимент реализовывался в двух вариантах (рис. 1). В первом случае верхняя и нижняя грани образца фиксировались без сколько-нибудь значительного поджатия (рис. 1, *a*). Во втором случае образец помещался между плитами пресса, которые создавали статическую нагрузку *P*=const вдоль наибольшей плоскости образца (рис. 1, *b*). Это имеет целью имитировать начальные напряжения, всегда присутствующие в строительных конструкциях или горных породах. В обоих случаях импульсная нагрузка прикладывались к части боковой поверхности одной из вертикальных граней образца.

Из динамической теории упругости известно, что для однородных сред неограниченной протяженности анализ двух типов волн (продольных и поперечных) в двух измерениях дает такие же результаты, что и в трехмерном измерении. Поэтому для наших экспериментов задача ставилась и численно реализовывалась как двумерная на случай плоского деформированного состояния. Этот подход существенно снижал вычислительные сложности, но позволял получать результаты, физически оправданные и качественно отражающие реальные трехмерные процессы.

Применительно к рассматриваемому классу задач наибольший интерес представляли области, где параметры НДС меняются наиболее интенсивно, т.е. градиенты соответствующих характеристик максимальны. Эти градиенты наиболее выражены в окрестностях разного рода неоднородностей, где деформационно-прочностные параметры среды резко меняются. Решение предполагалось проводить как в упругой постановке, так и с учетом эффектов пластичности.

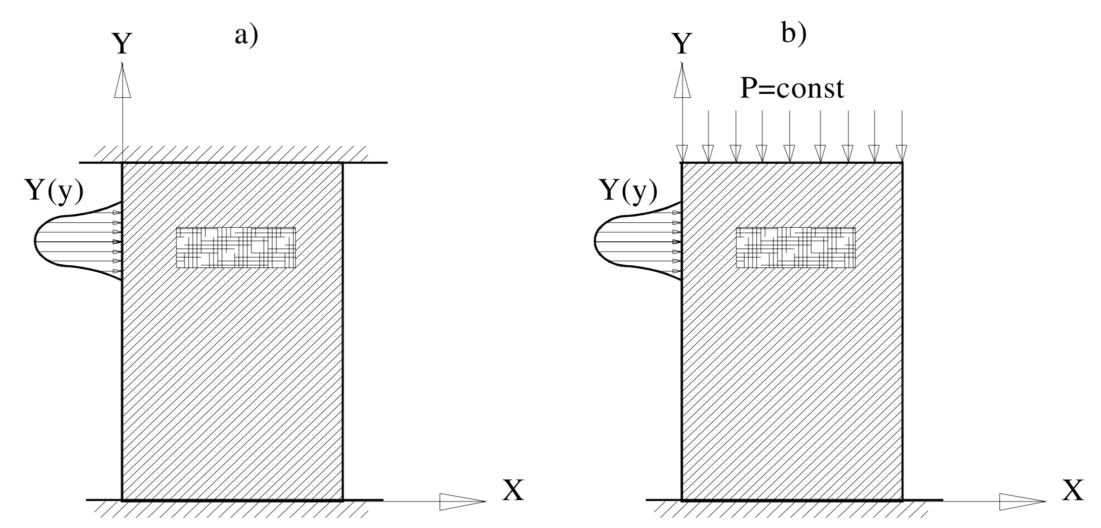


Рис. 1. *Схемы приложения нагрузки: а) неподвижная фиксация образца; b) предварительное поджатие образца с включением; сила приложена на боковой поверхности*

С позиций механики деформируемого твердого тела упругая задача формулируется на случай плоского деформированного состояния следующим образом. В декартовых координатах x, y уравнения движения имеют вид

$$\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y},\quad \rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}.$$

Здесь $\rho=\rho(x,y)$ – плотность материала, $u=u(x,y,t)$, $v=v(x,y,t)$ – смещения точек среды вдоль осей x и y соответственно, t – время, $\sigma_{xx}=\sigma_{xx}(x,y,t)$, $\sigma_{xy}=\sigma_{xy}(x,y,t)$, $\sigma_{yy}=\sigma_{yy}(x,y,t)$ – компоненты тензора напряжений. Деформации связаны с ними соотношениями [5]:

$$\varepsilon_{xx}=\frac{\sigma_{xx}-\nu_1\sigma_{yy}}{E_1},\ \varepsilon_{yy}=\frac{\sigma_{yy}-\nu_1\sigma_{xx}}{E_1},\ \varepsilon_{xy}=\frac{\sigma_{xy}}{G}.$$

Здесь $\nu_1=\dfrac{\nu}{1-\nu}$, $E_1=\dfrac{E}{1-\nu^2}$, $G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}$, где, в свою очередь, ν – коэффициент Пуассона, E – модуль Юнга, G – модуль сдвига. Наконец, деформации выражаются через перемещения линейными соотношениями

$$\varepsilon_{xx}=\frac{\partial u}{\partial x},\ \varepsilon_{yy}=\frac{\partial v}{\partial y},\ \varepsilon_{xy}=\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}.$$

Краевая задача замыкается постановкой начальных и граничных условий.

В качестве начальных принимали условия ненапряженного и недеформированного состояния. В этом случае нижний торец образца неподвижен $y=0$ и для него соответствуют условия отсутствия смещений $u(x,0,t)=v(x,0,t)$. Для верхнего торца $y=l$ (l – высота образца, рис. 1) смещения в горизонтальном направлении также отсутствуют и $u(x,l,t)=0$. При первом варианте проведения эксперимента (рис. 1, *a*), когда образец просто зафиксирован в осевом направлении, смещения вдоль оси y отсутствуют и $v(x,l,t)=0$, а во втором варианте эксперимента на верхней грани образца задана поджимающая нагрузка $\sigma_{yy}(x,l,t)=-P$. Правая кромка образца $X=a$ свободна от внешних нагрузок

$$\sigma_{xx}(a,y,t)=\sigma_{xy}(a,y,t)=0.$$

На левой границе $x=0$ вдоль нормали к ней приложена импульсная нагрузка, для которой распределение по поверхности образца в плоском случае $Y=Y(y)$ по линии $x=0$ задается колоколообразной функцией [6]

$$Y(y)=\exp\left[-\frac{(y-y_0)^2}{2d^2}\right].$$

Изменение импульсной нагрузки во времени $T=T(t)$ определяется затухающей синусоидой

$$T(t)=e^{-\beta(t-t_0)}\sin\left(\frac{2\pi t}{t_0}\right).$$

В результате на границе образца нормальная составляющая напряжений определяется зависимостью

$$\sigma_{yy}(0,y,t)=Y(y)T(t).$$

Касательной составляющей нагрузки на этой границе пренебрегаем, т.е. $\sigma_{yy}(0,y,t)=0$ для всех значений $0\le y\le l$.

Численная реализация проводилась с использованием нецентральной разностной схемы второго порядка точности относительно шагов по пространству и времени [7]. Корректность численных результатов оценивалась как по внутренней сходимости результатов при изменении параметров конечно-разностной сетки и шагов интегрирования по времени, так и проведенными авторами расчетами модельных задач [8, 9].

Численные расчеты проведены для образцов двух типов. Первый из них представлял собой однородный образец из цементного камня. Во втором случае рассматривались образцы, в которых есть включение в форме прямоугольного параллелепипеда. Вдоль оси статического нагружения его размеры в плане совпадают с поперечными размерами всего образца. Таким образом, неоднородность в образце представляла собой поперечный слой с характеристиками, отличными от основного материала. Импульсная нагрузка прикладывалась либо к ненапряженному образцу, либо к образцу, предварительно нагруженному с усилием P. Ниже рассмотрены четыре варианта численных расчетов.

На рис. 2–4 приведены результаты расчетов в виде распределения изолиний интенсивностей деформаций по расчетной области для четырех моментов времени t: a) 5; b) 10; c) 15; d) 20 мкс. Тем самым принимается, что эволюция интенсивности деформаций, являющейся своего рода интегральной характеристикой деформации образца в каждой его точке, дает представление о развитии волнового процесса. Вдоль осей размеры расчетной области, согласующиеся с размерами лабораторного образца, указаны в мм. Шаг между значениями интенсивности деформаций, отвечающими соседним изолиниям, равен $6\cdot10^{-7}$.

На рис. 2 приведены результаты для однородного образца, в начальном состоянии не подверженного действию внешней нагрузки. В пространстве центр ударного импульса расположен от нижнего основания на расстоянии 0,75 высоты образца. На рис. 2, *a*, (t=5 мкс) распространяемая зона упругих возмущений имеет почти сферически симметричную форму. После выхода волны на верхнюю (рис. 2, *b*, t=10 мкс) и правую (рис. 2, *c*, t=15 мкс) кромки образца на распространяющуюся волну накладываются отраженные от этих кромок возмущения. К моменту времени t=20 мкс (рис. 2, *d*) упругое возмущение распространяется по всей расчетной области, при этом какие-либо особые зоны в образце не просматриваются.

Приложение предварительной сжимающей нагрузки практически не влияет на процесс распространения упругих возмущений по образцу. Основные черты процесса (рис. 3) почти полностью повторяются.

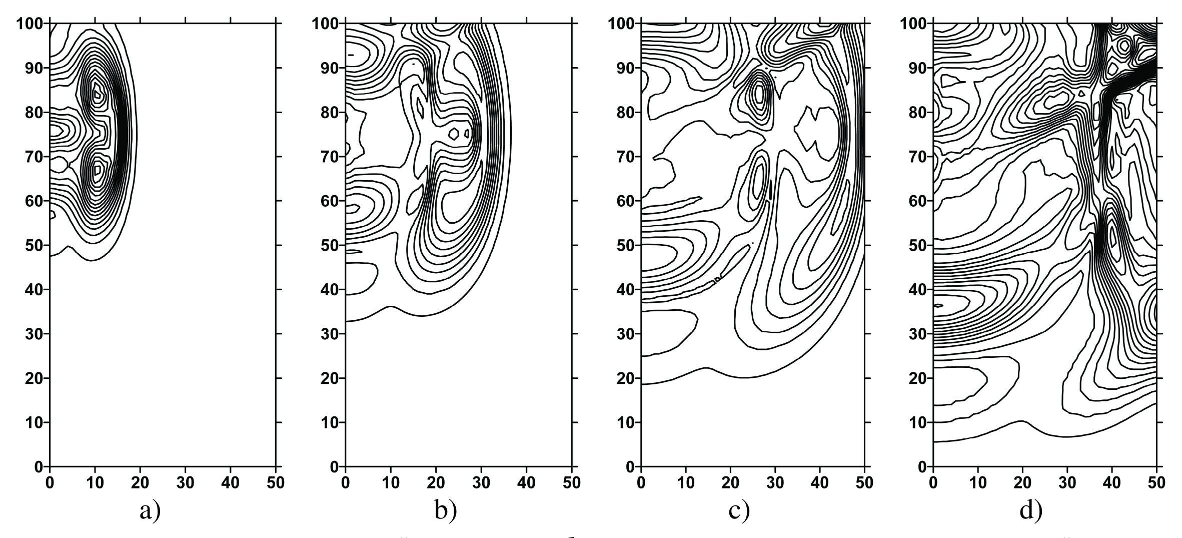


Рис. 2. *Поля интенсивности деформаций в однородном образце, в начальном состоянии не подверженного действию внешней нагрузки, для последовательных моментов времени*

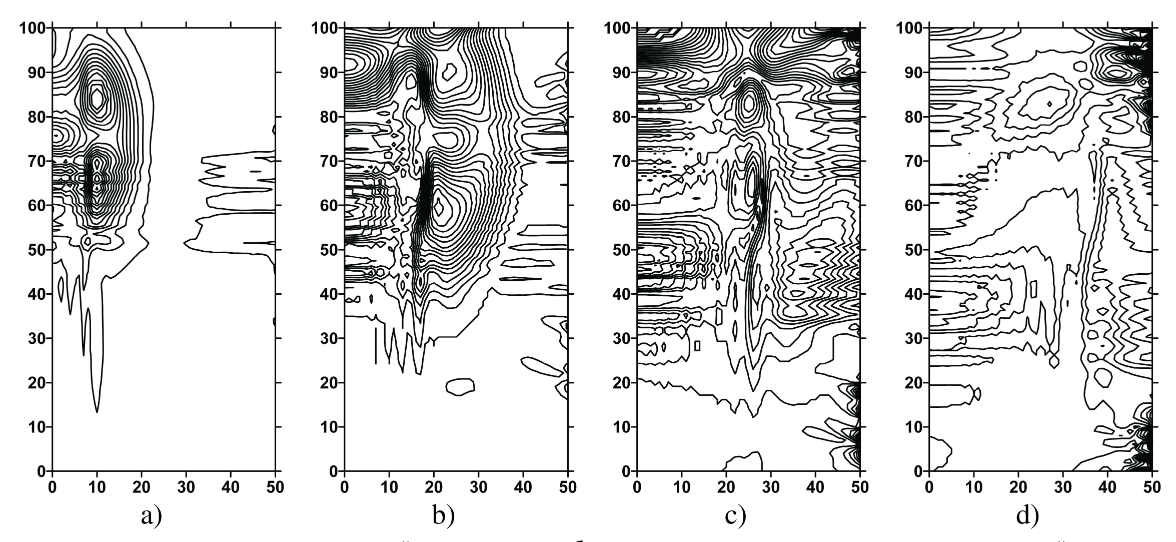


Рис. 3. *Поля интенсивности деформаций в однородном образце, в начальном состоянии подверженного действию внешней нагрузки, для последовательных моментов времени*

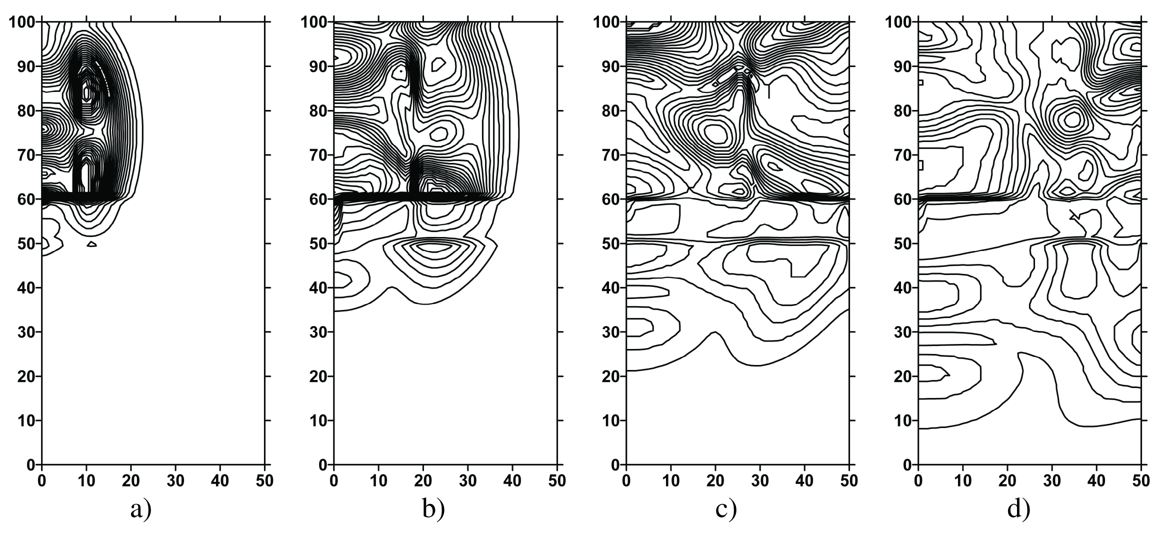


Рис. 4. *Результаты для неоднородного образца, в начальном состоянии не подверженного действию внешней нагрузки, для последовательных моментов времени*

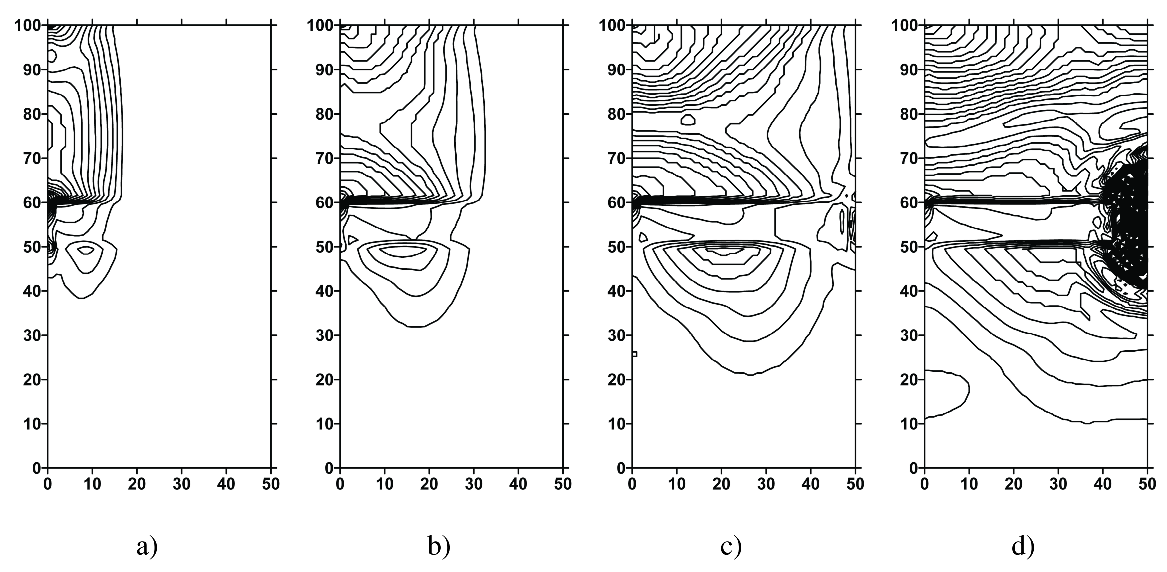


Рис. 5. *Результаты для неоднородного образца, в начальном состоянии подверженного действию внешней нагрузки, для последовательных моментов времени*

Для тех же моментов времени результаты расчетов приведены на рис. 4, когда в образце имеется неоднородность в виде относительно жесткой вставки высотой 1 см на расстоянии 5 см от нижнего основания образца. Уже к моменту времени 5 мкс упругая волна достигает этой вставки, и начинается процесс частичного отражения волны и частичного проникания ее внутрь вставки. В последующие моменты времени по характеру распределения изолиний деформаций место и размеры положения вставки легко отслеживаются. Границы вставки являются зонами, где градиенты деформаций много больше, чем в остальной расчетной области.

Такой же характер распространения и концентрации деформаций прослеживается в целом и при моделировании предварительно поджатого в вертикальном направлении образца (рис. 5).

В целом анализ результатов показывает, что наличие вставки приводит к возникновению зон концентрации деформаций и напряжений. Расчеты показали, что распределения изолиний интенсивностей напряжений практически совпадают с приведенными результатами для интенсивностей деформаций. Именно в окрестностях таких границ возникают наибольшие градиенты параметров НДС и будет возникать максимальный поляризационный заряд. В результате из зоны с повышенным градиентом параметров НДС будет регистрироваться максимальный по амплитуде электромагнитный сигнал, возбуждаемый внешним акустическим импульсом или акустическими сигналами, возникающими при образовании трещин в напряженной зоне.

В ранние моменты времени, когда упругая волна проходит по образцу, и ее фронт не выходит ни на включение, ни на границу расчетной области, форма фронта близка к сферической (в плоском случае к полуокружности). Это вполне согласуется с физическими представлениями о моделируемом процессе и подтверждает корректность как самой модели, так и метода ее численной реализации. После выхода фронта волны на границу раздела основного материала и включения или на границу расчетной области проявляются эффекты, связанные с отражениями волн, и на приведенных иллюстрациях они видны как сгущения изолиний, отражающие большие градиенты соответствующих величин.

По результатам численного моделирования можно сделать следующие выводы:

1. Предварительное поджатие образца в виде приложенного одноосного сжимающего напряжения практически не сказывается на изменении процессов распространения упругих волн. Некоторое увеличение скорости фронта волны по поджатому образцу, которое просматривается на приведенных иллюстрациях, объясняется тем, что конфигурация изолиний отражает напряженно-деформированное состояние, складывающееся из двух составляющих – статического, отвечающего предварительному поджатию образца, и динамическому, связанному с распространением возмущения от приложенного импульса. В связи с этим общий уровень напряжений в расчетной области растет, что на иллюстрациях смотрится как увеличение зоны возмущений в данный момент времени.
2. Наличие в образце включения из другого материала приводит к существенному изменению параметров напряженно-деформированного состояния в волне. На иллюстрациях с изолиниями отчетливо прослеживаются зоны больших градиентов интенсивности деформаций, совпадающие с границами раздела основного материала образца и включения. Именно эти градиенты порождают смещения границ разделов основного материала и включений, что, в результате, приведет к изменению амплитудных параметров электромагнитного отклика образца.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ р_обь_а № 05–01–98005.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фурса Т.В. Неразрушающий электромагнитный метод определения механической прочности изделий из композиционных диэлектрических материалов // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – Спец. вып. – Ч. II. – С. 307–310.
2. Беспалько А.А., Суржиков А.П., Хорсов Н.Н., Яворович Л.В., Климко В.К., Штирц В.А., Шипеев О.В. Наблюдения изменений напряженного состояния массива горных пород после массового взрыва по параметрам электромагнитной эмиссии // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7. – Спец. вып. – Ч. II. – С. 253–256.
3. Дашук И.А., Люкшин Б.А., Люкшин П.А., Матолыгина Н.Ю. Влияние деформационно-прочностных свойств структурных элементов на характеристики дисперсно наполненных композиций // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2004. – Т. 10. – № 3. – С. 366–384.
4. Люкшин Б.А., Люкшин П.А., Матолыгина Н.Ю. Влияние геометрии включений в полимерной композиции на вид кривой «напряжения-деформации» // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2001. – Т. 7. – № 3. – С. 277–287.
5. Филин А.П. Прикладная механика твердого деформируемого тела. – Т. 1. – М.: Наука, 1975. – 832 с.
6. Немирович-Данченко М.М. Численное моделирование трехмерных динамических задач сейсмологии // Физическая мезомеханика. – 2002. – Т. 5. – № 5. – С. 99–106.
7. Уорминг Р.Ф., Кутлер П., Ломакс Г. Нецентральные разностные схемы II и III порядка точности для решения нелинейных уравнений гиперболического типа // Ракетная техника и космонавтика. – 1973. – Т. 11. – № 2. – С. 76–85.
8. Барашков В.Н., Герасимов А.В., Люкшин Б.А. Прогнозирование разрушения промышленных установок // Химическая промышленность. – 1998. – № 10. – С. 657–661.
9. Герасимов А.В., Люкшин Б.А. Разрушение оболочки вращения, заполненной жидкостью, при действии импульсного источника давления // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: Труды XIII межресп. конф. – Новосибирск, 1995. – С. 44–47.

УДК 622.02:531